

INSERZIONE ARON

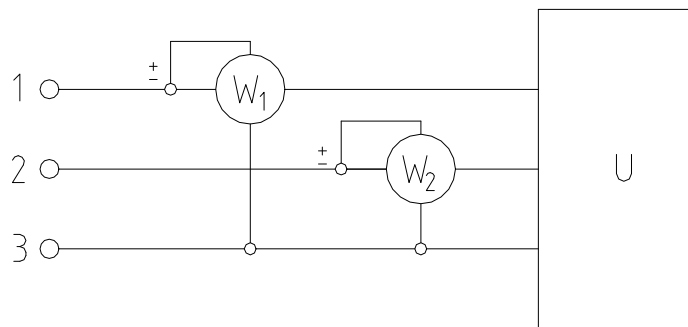
MISURA DI POTENZA REATTIVA E DEL FATTORE DI POTENZA PER SISTEMI SIMMETRICI ED EQUILIBRATI

Nel caso di sistema trifase *simmetrico ed equilibrato*, l' inserzione Aron permette di ricavare *anche la potenza reattiva*.

E' risaputo che :

$$Q = \sqrt{3} V I \sin \varphi$$

Facendo la differenza fra le indicazioni del wattmetro maggiore e le indicazioni del wattmetro minore si ha



$$P_{13} - P_{23} = VI \cos (\varphi - 30^\circ) - VI \cos (\varphi + 30^\circ)$$

Ricordando che :

$$\cos (\varphi - 30^\circ) = \cos \varphi \cos 30^\circ + \sin \varphi \sin 30^\circ$$

$$\cos (\varphi + 30^\circ) = \cos \varphi \cos 30^\circ - \sin \varphi \sin 30^\circ$$

Sostituendo si ottiene che :

$$P_{13} - P_{23} = VI (\cos \varphi \cos 30^\circ + \sin \varphi \sin 30^\circ - \cos \varphi \cos 30^\circ + \sin \varphi \sin 30^\circ)$$

Semplificando :

$$P_{13} - P_{23} = V I 2 \sin \varphi \sin 30^\circ;$$

$$\text{Poiché } \sin 30^\circ = 1/2$$

Si ha :

$$P_{13} - P_{23} = V I \sin \varphi$$

Che inserita nella formula $Q = \sqrt{3} V I \sin \varphi$ si ha:

$$\boxed{Q = \sqrt{3} (P_{13} - P_{23})}$$

Conclusione=> **“Per sistemi simmetrici ed equilibrati la potenza reattiva si può calcolare moltiplicando per $\sqrt{3}$ la differenza delle due potenze misurate da due wattmetri in inserzione Aron.”**

E' bene ricordare che, esprimendo le potenze misurate dai wattmetri in W, la potenza reattiva risulta espressa in VAR.

Dalle due letture si può ricavare l' angolo φ e quindi il fattore di potenza $\cos \varphi$; infatti essendo

$$\text{tg } \varphi = \frac{Q}{P} = \frac{\sqrt{3} (P_{13} - P_{23})}{(P_{13} + P_{23})} \quad (\text{formula di Mac Allister}) \Rightarrow \cos \varphi = \text{cosarctg } Q/P$$

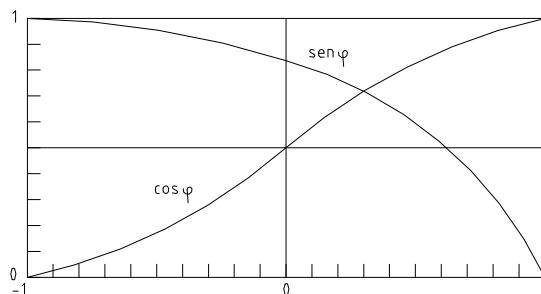
Da tale relazione si può risalire al valore del fattore di potenza nel seguente modo :

$$\text{ricordando che : } \cos \varphi = \frac{1}{\sqrt{1 + \text{tg}^2 \varphi}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{Q^2}{P^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{3(P_{13} - P_{23})^2}{(P_{13} + P_{23})^2}}} = \frac{1}{\sqrt{\frac{(P_{13} + P_{23})^2 + 3(P_{13} - P_{23})^2}{(P_{13} + P_{23})^2}}}$$

Se ora poniamo $X = P_{23} / P_{13}$ cioè uguale al rapporto fra wattmetro minore e wattmetro maggiore si perviene alla **formula di BLOCK**

$$\boxed{\cos \varphi = \frac{1 + X}{2\sqrt{(X^2 - X + 1)}}$$

e il relativo **diagramma di Block:**



Evidentemente il valore di x è compreso fra -1 e +1.

La relazione

$$X = \frac{P_{23}}{P_{13}}$$

vale solo per carichi induttivi, mentre per carichi capacitivi vale l' inverso

$$X = \frac{P_{13}}{P_{23}}$$

Quando le portate dei singoli wattmetri non sono sufficienti per effettuare le misure o per motivi di sicurezza è necessario ricorrere all' uso dei TA (trasformatori di corrente) e dei TV (trasformatori di tensione).

Esercizio :

In un sistema trifase a tre fili equilibrato, si inseriscono due Wattmetri con inserzione Aron.

I Wattmetri forniscono i seguenti valori : $P_1 = 600 \text{ W}$ $P_2 = 240 \text{ W}$.

Determinare la potenza attiva, reattiva e la corrente nei conduttori di linea, nota la tensione $V=380\text{V}$.

La potenza attiva è data dalla somma delle indicazioni : $P = P_1 + P_2 = 600 + 240 = 840 \text{ W}$.

La potenza reattiva è data da : $Q = \sqrt{3} (P_1 - P_2) = 623 \text{ VAR}$.

La potenza apparente totale risulta:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1.046 \text{ VA}$$

Da cui la corrente di linea :

$$I = \frac{S}{V \times \sqrt{3}} = 1,6 \text{ A}$$

Ripetere l'esempio precedente considerando la potenza indicata dal secondo wattmetro negativa.

La potenza attiva è data dalla somma delle indicazioni : $P = P_1 + P_2 = 600 - 240 = 360 \text{ W}$.

La potenza reattiva sarà : $Q = \sqrt{3} (P_1 - P_2) = 1.455 \text{ VAR}$.

La potenza apparente e la corrente saranno : $S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 1.499 \text{ VA}$

$$I = \frac{S}{\sqrt{3} \times V} = 2,27 \text{ A}$$